Challenge Roadef 2001 [1]

FAPP : Problème d'Affectation de Fréquences avec Polarisation

Thierry Defaix – DGA/DCE/ETC5/**CELAR/TCOM** [2]

création avril 2000 – **révision 2** du 13 octobre 2000

Résumé

Les demandes en communication sans cesse croissantes du fait de l'augmentation du nombre des utilisateurs et de l'apparition de nouveaux besoins, combinées au caractère inextensible de la ressource spectrale disponible rendent de plus en plus difficiles la tâche d'allocation de fréquences. Aussi la gestion optimale des fréquences devient un point essentiel pour le déploiement et l'administration des réseaux tant civils que militaires.

Le Celar en tant que centre technique de la Délégation Générale pour l'Armement (DGA) est chargé dans le cadre de programmes d'armement ou d'études amonts de la réalisation et du suivi d'une partie des travaux visant à optimiser l'utilisation du spectre au sein des forces armées françaises. Dans ce contexte, le sujet proposé concerne l'allocation de fréquences dans les réseaux de télécommunication par voies herziennes. Ce problème traité dans le projet CALMA (Combinatorial Algorithms for Military Applications) dans les années 93–95 a été enrichi pour prendre en compte les notions de polarisation et de relachement controlés des contraintes de compatibilité électromagnétique.

Table des matières

1 Présentation du problème **2**
- 1.1 Description physique . . . 2
- 1.2 Formulation mathématique . . . 3
  - 1.2.1 Les contraintes . . . 3
  - 1.2.2 La fonction de coût . . . 4

2 Formats des fichiers d'échange **4**
- 2.1 Caractéristiques communes . . . 4
- 2.2 Fichier d'entrée : `<nom>.in` . . . 5
- 2.3 Fichier de sortie : `<nom>.out` . . . 7

3 Exemples **7**
- 3.1 Exemple 1 : domaine fréquenciel unique sans contrainte impérative . . . 7
- 3.2 Exemple 2 : complet . . . 9

1. URL principale (ROADEF) : `http://www.prism.uvsq.fr/~vdc/ROADEF/CHALLENGES/2001/challenge2001.html`
   URL secondaire (ENSTA) : `http://www.ensta.fr/~diam/roadef2001_fapp`
2. Centre Électronique de l'Armement – CELAR/TCOM – BP7419 – 35170 Bruz Cedex

1 Présentation du problème

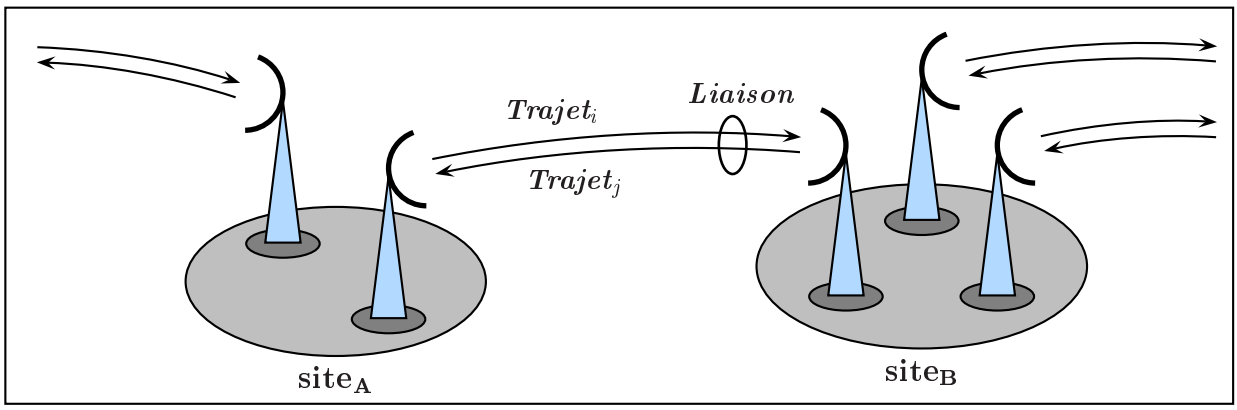


FIG. 1 – *Liaison physique entre deux sites*

1.1 Description physique

Le problème posé est celui de l'allocation des fréquences dans les réseaux de télécommunications par ***voie hertzienne***. Un tel réseau est composé d'un ensemble de ***sites*** sur lesquels sont implantés les supports de transmission à savoir les antennes raccordées à des émetteurs ou à des récepteurs. Une ***liaison*** hertzienne établit un lien entre deux sites géographiques. Elle peut être constituée de un ou de plusieurs trajets.

On appelle ***trajet*** un bond radioélectrique unidirectionnel, établi entre des antennes sur des sites géographiques distincts, à fréquence et polarisation données. On appellera $\boldsymbol{T}$ l'ensemble des trajets d'un problème donné.

On définit une ***ressource fréquentielle*** comme un couple ***(fréquence,polarisation)***, dont les composants sont associés respectivement à la fréquence porteuse du signal transmis et à la polarisation de l'onde. Cette dernière est une variable bivalente, par exemple rectiligne verticale et rectiligne horizontale ; pour simplifier, on ne considèrera que ces deux valeurs possibles.

Pour chaque trajet $i \in T$, on définit un ensemble de ressources fréquentielles qui sont susceptibles de lui être affectées : cet ensemble est appelé ***domaine de ressources du trajet***. Il est constitué d'une part du domaine fréquentiel noté $F_{\varphi(i)}$ qui contient l'ensemble des fréquences susceptibles d'être attribuées au trajet i et d'autre part d'une information relative à la polarisation du trajet : polarisation imposée à l'une des deux valeurs possibles ou polarisation libre notée sous la forme d'un domaine de polarisation $P_{\pi(i)}$. Deux trajets peuvent donc être amenés à avoir des domaines identiques.

Allouer des fréquences consiste pour l'opérateur à trouver un couple (fréquence, polarisation) pour chaque trajet, parmi un domaine de ressources fréquentielles associé à ce trajet (déterminé par la réglementation, les contraintes matérielles et/ou par des choix de l'allocateur) et satisfaisant des contraintes de compatibilité radioélectrique (CEM). En effet, les fréquences ne peuvent pas être allouées arbitrairement aux différents trajets sans précautions, la co-localisation sur un même site de plusieurs émetteurs et récepteurs imposent des contraintes quant aux ressources affectées si on veut garantir un fonctionnement optimal.

Au-delà des contraintes de ressources déjà citées, plusieurs types de contraintes sont à prendre en compte :

1. contraintes d'égalité ou d'inégalité de fréquences entre trajets : $f_i = f_j$ ou $f_i \neq f_j$,
2. contraintes d'égalité ou d'inégalité d'un écart de fréquences : $|f_i - f_j| = \varepsilon_{ij}$ ou $|f_i - f_j| \neq \varepsilon_{ij}$,
3. contraintes d'égalité ou d'inégalité de polarisation : $p_i = p_j$ ou $p_i \neq p_j$,

4. contraintes d'écart minimal en fréquences : $|f_i - f_j| \geq \begin{cases} \gamma_{ij} & \text{si} \quad p_i = p_j \\ \delta_{ij} & \text{si} \quad p_i \neq p_j \end{cases}$.

Cette dernière contrainte traduit le fait que l'écart en fréquences nécessaire entre deux trajets qui se perturbent dépend des polarisations qui leurs sont respectivement affectées. En règle générale, on aura une contrainte en polarisation croisée plus faible qu'en polarisation identique : $\gamma_{ij} \geq \delta_{ij}$. On peut voir la polarisation comme une solution technique qui permet d'optimiser l'utilisation de la ressource en fréquences.

On définit une ***solution réalisable*** comme l'allocation d'une ressource à chaque trajet en satisfaisant l'ensemble des contraintes posées.

Malheureusement, nombre de problèmes n'ont pas de solution réalisable. Des domaines de ressources trop restreints ou des exigences trop fortes peuvent souvent conduire à un tel diagnostic. L'allocateur ne pouvant se satisfaire d'un tel constat d'échec doit pouvoir rechercher des solutions « dégradées », en jouant sur une perte de qualité acceptable. Pour cela, on définit deux types de contraintes :

- les contraintes fortes ou impératives : type 1, 2 et 3 présentées ci-dessus, ainsi que les contraintes de domaine qui ne seront pas relâchées ;
- les contraintes CEM (de type 4) sur lesquelles on appliquera un relâchement progressif et contrôlé. Pour cela on introduit la notion de ***niveau de repli***. Le niveau de repli 0 correspondra par convention au problème initialement posé (niveau nominal). Le passage du niveau de repli k au niveau de repli $(k+1)$ se traduit par un relâchement de tout ou partie des écarts fréquentiels définissant chaque contrainte :

$$|f_i - f_j| \geq \begin{cases} \gamma_{ij}^0 \geq \gamma_{ij}^1 \geq \ldots \geq \gamma_{ij}^k \geq \ldots \geq \gamma_{ij}^{10} & \text{si} \quad p_i = p_j \\ \delta_{ij}^0 \geq \delta_{ij}^1 \geq \ldots \geq \delta_{ij}^k \geq \ldots \geq \delta_{ij}^{10} & \text{si} \quad p_i \neq p_j \end{cases}$$

Le niveau maximal de relâchement est le niveau 10.

On définit alors une ***solution réalisable de niveau k*** comme l'allocation d'une ressource à chaque trajet en satisfaisant l'ensemble des contraintes fortes et de toutes les contraintes de niveau k. On dira alors que le problème est ***k-réalisable***.

En cas d'inexistence de solution réalisable, le nouvel objectif devient par ordre de priorité :

1. rechercher k^* le plus petit niveau de relâchement tel qu'il existe une solution k^*-*réalisable*,
2. minimiser le nombre de contraintes CEM non satisfaites au niveau $k^* - 1$,
3. minimiser le nombre de contraintes CEM non satisfaites aux niveaux strictement inférieurs à $k^* - 1$.

1.2 Formulation mathématique

1.2.1 Les contraintes

Il s'agit de minimiser une fonction c sous un certain nombre de contraintes :

- soit T, l'ensemble des trajets du problème,
- soient F_0, F_1, ..., F_n : N domaines fréquentiels associés au problème (en général, N est petit devant $|T|$),
- soient $P_{-1} = \{-1\}$, $P_1 = \{1\}$ et $P_0 = \{-1,1\}$ les trois domaines de polarisation possibles,
- par ailleurs, pour chaque $i \in T$, on associe :

$$\begin{cases} f_i & \in & F_{\varphi(i)} \\ p_i & \in & P_{\pi(i)} \end{cases}$$

où $\varphi(i)$ et $\pi(i)$ indiquent respectivement le numéro de domaine fréquentiel et de polarisation associés au trajet i.

Les contraintes (décrites dans une matrice M en général très creuse) sont alors de type :

$$\begin{cases} |f_i - f_j| \geq \frac{|p_i+p_j|}{2}\gamma_{ij}^{(k)} + \frac{|p_i-p_j|}{2}\delta_{ij}^{(k)} \quad \text{avec } k = 0 \text{ à } 10 & (\mathbf{CEM}) \\ |f_i - f_j| = \varepsilon_{ij} & (\mathbf{C2}) \\ |f_i - f_j| \neq \varepsilon_{ij} & (\mathbf{C3}) \\ f_i = f_j & (\mathbf{C4}) \\ f_i \neq f_j & (\mathbf{C5}) \\ p_i = p_j & (\mathbf{C6}) \\ p_i \neq p_j & (\mathbf{C7}) \end{cases}$$

1.2.2 La fonction de coût

On suppose par convention que $V^{(-1)} = \emptyset$ et que tout problème est *11-réalisable* ;

- soit $\Theta = \left|\left\{(i,j) : \gamma_{ij}^{(0)} + \delta_{ij}^{(0)} > 0\right\}\right|$: le nombre de contraintes CEM (non impératives),
- soit $V^{(k)} = \left\{(i,j) : |f_i - f_j| < \frac{|p_i+p_j|}{2}\gamma_{ij}^{(k)} + \frac{|p_i-p_j|}{2}\delta_{ij}^{(k)}\right\}$: le nombre de contraintes de niveau k violées.

On cherchera à minimiser la fonction de coût $c(T,F,P,M)$ suivante :

$$c^*(T,F,P,M) = \min\left(10k\ \Theta^2 + 10\left|V^{(k-1)}\right|\ \Theta + \left|\bigcup_{i<k-1} V^{(i)}\right|\right)$$

avec k tel que le problème est *k-réalisable*.

Remarque : si une contrainte est violée au niveau m, elle sera violée à tous les niveaux inférieurs à m ; elle sera donc comptée $(m+1)$ fois dans la fonction de coût.

2 Formats des fichiers d'échange

2.1 Caractéristiques communes

Les fichiers d'entrée (`<nom>.in`) et de sortie (`<nom>.out`) sont des fichiers ASCII. Chaque fichier contient les données spécifiques nécessaires à l'utilisation du module d'allocation et d'évaluation pour le fichier d'entrée et d'évaluation de la solution pour le fichier de sortie. Chaque donnée est vue comme un enregistrement formaté.

En plus de la description exhaustive des différents champs donnée ci-dessous, on peut définir quelques règles générales :

- les champs numériques sont cadrés à droite,
- les champs alphanumériques sont cadrés à gauche,
- un enregistrement de type « CEM à polarisations égales » doit toujours être suivi de l'enregistrement de type « CEM à polarisations différentes » pour un même couple de trajets.

Les différents types d'enregistrement sont les suivants :

- fichier d'entrée :
  - domaine,
  - trajet,
  - contrainte impérative,
  - contrainte CEM à polarisations égales et croisées ;
- fichier de sortie :
  - résultat,
  - allocation.

2.2 Fichier d'entrée : `<nom>.in`

Dans le fichier d'entrée, les deux premières lettre représentent le type de l'enregistrement. Les enregistrements de type « Domaine » précèdent les enregistrements de type « Trajets » qui précèdent les enregistrement de type « Contraintes » qu'elles soient impératives ou non.

Les champs de type entier sont donnés sur 5 ou 9 caractères et cadrées à droite. Ainsi, le nombre 33 sur 5 caractères apparaîtra dans le fichier sous la forme de trois espaces suivis de deux chiffres 3 : `...33`.

Par ailleurs, afin d'améliorer la lisibilité des définitions d'enregistrements et des exemples, un espace obligatoire sera représenté par le caractère « . ».

DM : enregistrement de type « Domaine »

`DM.XXXXX.XXXXX`

- champ 1 (entier) : numéro de domaine,
- champ 2 (entier) : fréquence.

Exemple : pour un domaine $F_0 = \{10,11,12,13,14,15\}$, on aura dans le fichier d'entrée les enregistrements suivants :

```
DM.....0....10
DM.....0....11
DM.....0....12
DM.....0....13
DM.....0....15
DM.....0....15
```

TR : enregistrement de type « Trajet »

`TR.XXXXX.XXXXX.XX`

- champ 1 (entier) : numéro du trajet,
- champ 2 (entier) : numéro du domaine fréquenciel,
- champ 3 (entier) : numéro du domaine polarisation[3].

Exemple : voici un problème avec quatre trajets et la partie du fichier d'entrée correspondant :

Trajet i	$\varphi(i)$	$\pi(i)$
1	0	-1
2	0	0
3	14	0
4	5	1

```
TR.....1.....0.-1
TR.....2.....0..0
TR.....3....14..0
TR.....4.....5..1
```

CI : enregistrement de type « Contrainte impérative »

`CI.XXXXX.XXXXX.X.X.XXXXX`

- champ 1 (entier) : numéro du trajet 1 ;
- champ 2 (entier) : numéro du trajet 2 ;

3. Rappel : les trois domaines de polarisation possibles sont : $P_{-1} = \{-1\}$, $P_1 = \{1\}$ et $P_0 = \{-1,1\}$),

- champ 3 (caractère) :
  - `F` si la contrainte agit sur les fréquences,
  - `P` si elle agit sur les polarisation ;
- champ 4 (caractère) :
  - `E` pour une contrainte de type égalité,
  - `I` pour une contrainte de type inégalité ;
- champ 5 (entier) : valeur de l'écart.

Exemple de contraintes impératives et leur représentation d'entrée :

$$\begin{cases} f_{12} & = & f_{19} \\ f_{45} & \neq & f_{184} \\ |f_5 - f_{1498}| & = & 40 \\ |f_9 - f_{134}| & \neq & 10 \\ p_6 & = & p_9 \\ p_{892} & \neq & p_{52} \end{cases}$$

```
CI....12....19.F.E.....0
CI....45...184.F.I.....0
CI.....5..1498.F.E....40
CI.....9...134.F.I....10
CI.....6.....9.P.E.....0
CI...892....52.P.I.....0
```

CE : enregistrement de type « Contrainte CEM à polarisation égale »

`CE.XXXXX.XXXXX.XXXXX.`⋯`.XXXXX`

- champ 1 (entier) : numéro du trajet i,
- champ 2 (entier) : numéro du trajet j,
- champs 3 à 13 (entiers) : valeur des containtes γ_{ij}^k pour k valant 0 à 10.

Exemple
La contrainte d'écarts de fréquences avec $p_{34} = p_{16}$:

$$|f_{34} - f_{16}| \geq 45 \geq 45 \geq 44 \geq 43 \geq 40 \geq 40 \geq 40 \geq 40 \geq 40 \geq 35 \geq 30$$

donnera l'enregistrement suivant (sur une même ligne) :

```
CE....34....16....45....45....44....43....40....40....40....40....40....35....30
```

CD : enregistrement de type « Contrainte CEM à polarisation différente »

`CD.XXXXX.XXXXX.XXXXX.`⋯`.XXXXX`

- champ 1 (entier) : numéro du trajet i,
- champ 2 (entier) : numéro du trajet j,
- champs 3 à 13 (entiers) : valeur des containtes δ_{ij}^k pour k valant 0 à 10.

Exemple
La contrainte d'écarts de fréquences avec $p_{145} \neq p_{84}$:

$$|f_{145} - f_{84}| \geq 203 \geq 200 \geq 200 \geq 150 \geq 150 \geq 125 \geq 125 \geq 100 \geq 99 \geq 95 \geq 90$$

donnera l'enregistrement suivant (sur une même ligne) :

```
CD...145....84...203...200...200...150...150...125...125...100....99....95....90
```

2.3 Fichier de sortie : `<nom>.out`

Le format de ces enregistrements est illustré dans les exemples de la section suivante.

RP : Enregistrement de type « Réponse »

Les temps sont exprimés en seconde. Une valeur de temps inconnue devra apparaître sous la forme `99999`.

```
   1  2    3       4          5       6  7       8          9       10 11      12         13
RP.XX.X.XXXXX.XXXXX.XXXXXXXXX.X.XXXXX.XXXXX.XXXXXXXXX.X.XXXXX.XXXXX.XXXXX
```

- champ 1 (entier) : valeur de k pour laquelle le problème est réalisé ;
- champ 2 (booléen) : `1` si la preuve de l'optimalité de la valeur de k a été obtenue, `0` sinon ;
- champ 3 (entier) : temps d'obtention de cette valeur de k ;
- champ 4 (entier) : temps d'obtention de la garantie de l'optimalité cette valeur de k ;
- champ 5 (entier) : nombre $\left|V^{k-1}\right|$ de viols au niveau $k-1$;
- champ 6 (booléen) : `1` si la preuve de l'optimalité du champs 5 a été obtenue, `0` sinon ;
- champ 7 (entier) : temps d'obtention de la valeur du champs 5 ;
- champ 8 (entier) : temps d'obtention de la garantie de l'optimalité du champs 5 ;
- champ 9 (entier) : cumul $\left|\bigcup_{i<k-1} V^{(i)}\right|$ de tous les viols de niveau inférieur à $k-1$;
- champ 10 (booléen) : `1` si la preuve de l'optimalité du champs 9 a été obtenue, `0` sinon ;
- champ 11 (entier) : temps d'obtention de la valeur du champs 9 ;
- champ 12 (entier) : temps d'obtention de la garantie de l'optimalité du champs 9 ;
- dernier champs (entier) : temps total de calcul, à savoir 3600 secondes en cas d'arrêt au bout d'une heure, ou moins si l'optimalité de la solution est obtenue. Dans ce cas, le temps indiqué donne le temps total mis par le module algorithmique pour obtenir la garantie d'optimalité de la solution.

AL : Enregistrement de type « Allocation »

```
AL.XXXXX.XXXXX.XX
```

- champ 1 (entier) : numéro du trajet,
- champ 2 (entier) : numéro de la fréquence allouée,
- champ 3 (-1 ou 1) : valeur de la polarisation.

Exemple de description d'allocation de fréquences et de polarisations :

Trajet i	f_i	p_i
1	10	-1
2	2	1
3	18	1
4	40	1

```
AL.....1....10.-1
AL.....2.....2..1
AL.....3....18..1
AL.....4....40..1
```

3 Exemples

3.1 Exemple 1 : domaine fréquenciel unique sans contrainte impérative

Ce premier exemple comporte quatre trajets numérotés de 1 à 4. Ils partagent tous un même domaine fréquentiel $F_0 = \{1,2,...,100\}$ et un même domaine de polarisation $P_0 = \{-1, +1\}$: pour tout $i = 1,2,3,4$, on a $\varphi(i) = \pi(i) = 0$.

Les onze illustrations suivantes détaillent les différentes contraintes à chaque niveau de repli. La contrainte CEM à polarisations identiques est indiquée en **gras** alors que la contrainte CEM à polarisations croisées est indiquée en *italique souligné*. Sur ce petit exemple, nous n'avons imposé que des contraintes CEM, aucune contrainte impérative sur les fréquences ou sur les polarisations n'a été définie.

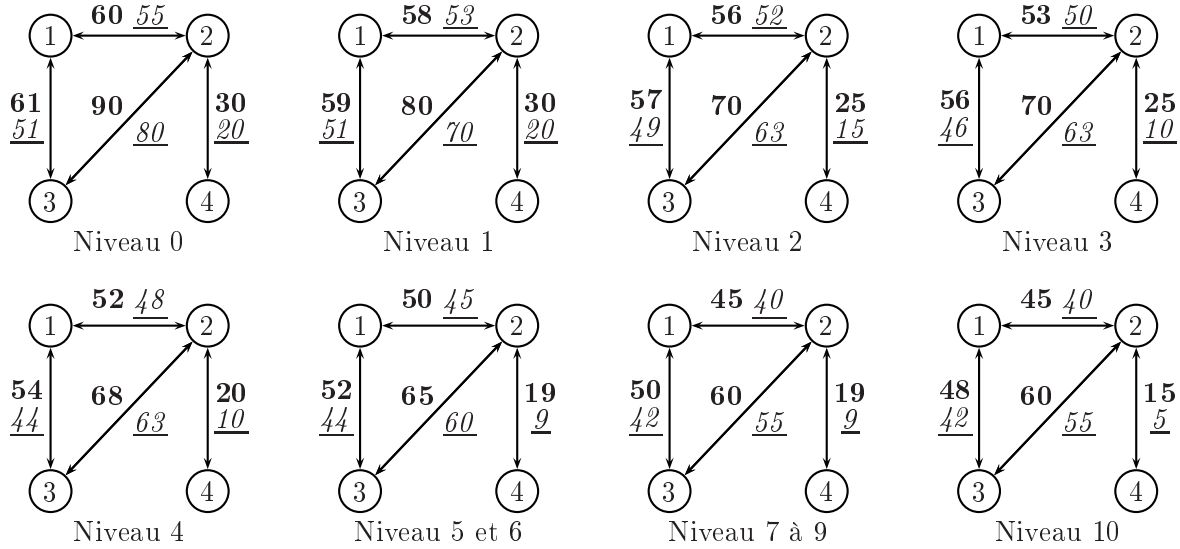


FIG. 2 – *Graphes de l'exemple 1 pour les 10 niveaux*

Le fichier `Exemple1.in` associé à cet exemple est le suivant :

```
DM.....0.....1
DM.....0.....2
DM.....0.....3
(On a autant de lignes DM que de valeurs, soit 100 en tout)
DM.....0...100
TR.....1.....0..0
TR.....2.....0..0
TR.....3.....0..0
TR.....4.....0..0
CE.....1.....2....60....58....56....53....52....50....50....45....45....45....45
CD.....1.....2....55....53....52....50....48....45....45....40....40....40....40
CE.....1.....3....61....59....57....56....54....52....52....50....50....50....48
CD.....1.....3....51....51....49....46....44....44....44....42....42....42....42
CE.....2.....3....90....80....70....70....68....65....65....60....60....60....60
CD.....2.....3....80....70....63....63....63....60....60....55....55....55....55
CE.....2.....4....30....30....25....25....20....19....19....19....19....19....15
CD.....2.....4....20....20....15....10....10.....9.....9.....9.....9.....9.....5
```

Le fichier `Exemple1.out` associé à cet exemple pourrait être le suivant :

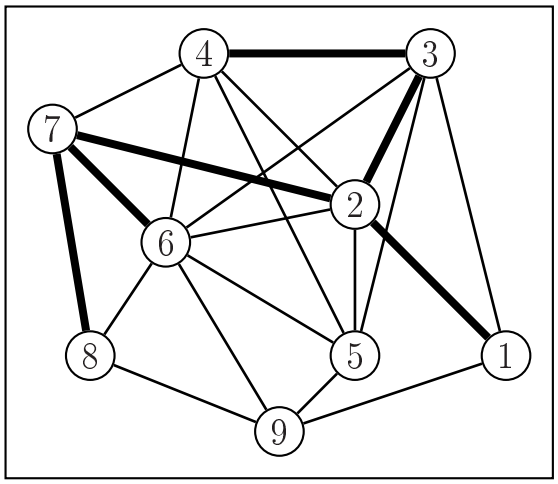
```
RP..3.1...500...750.........1.1..1800..1800.........4.0..3590.99999..3600
AL.....1....51..1
AL.....2.....1.-1
AL.....3...100.-1
AL.....4....40.-1
```

On a obtenu une solution *3-réalisable* ($k = 3$) au bout de 500 secondes, la preuve de l'optimalité de cette valeur de k a été obtenue au bout de 750 secondes. Parmi les solutions *3-réalisables*, on a obtenu une première solution avec une contrainte non satisfaite au niveau $3 - 1 = 2$ en 1800

secondes et la preuve de l'optimalité de cette valeur a été obtenue simultanément en 1800 secondes. Enfin, une solution ayant 4 contraintes non satisfaites pour les niveaux 0 à 1 (< 2) a été fournie en 3590 secondes mais la preuve de son optimalité n'a pas été apportée. Le temps total de calcul a été de 3600 secondes.

3.2 Exemple 2 : complet

On considère un problème avec 9 trajets numérotés de 1 à 9. Le graphe de la figure 3 représente les contraintes imposées entre les trajets. Un trait épais indique une contrainte forte alors qu'un trait fin indique une contrainte de type CEM. Chaque trajet dispose des ressources indiquées dans le tableau de la figure 3.



Trajet	$\varphi(i)$	$\pi(i)$
1	1	-1
2	1	0
3	0	0
4	2	1
5	0	0
6	0	0
7	2	0
8	0	0
9	0	0

FIG. 3 – *Graphe des contraintes de l'exemple 2, et ressources associées à chaque trajet*

Les trois domaines fréquenciels disponibles sont les suivants :

$$\begin{cases} F_0 &= \{0,1,2,3,...,99,100\} \\ F_1 &= \{25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40\} \\ F_2 &= \{55,56,57,63,64,65\} \end{cases}$$

et les contraintes impératives à prendre en compte sont :

$$\begin{cases} |f_2 - f_3| &= 36 \\ f_1 &= f_2 \\ f_7 &\neq f_8 \\ p_3 &= p_4 \\ p_2 &= p_7 \\ p_6 &\neq p_7 \end{cases}$$

tandis que les contraintes CEM associées à certains couple de trajets sont données par le tableau :

i-j	γ_{ij}	δ_{ij}
1-3	46,44,42,42,40,40,35,35,35,30,20	39,37,35,35,33,33,28,28,28,23,13
1-9	30,29,28,27,26,25,24,23,22,21,20	29,28,27,26,25,24,23,22,21,20,19
2-4	33,32,30,30,29,28,27,22,17,12,7	29,28,27,27,27,26,25,20,15,10,5
2-5	80,78,76,74,74,72,70,45,40,35,30	75,73,71,69,69,67,65,40,35,30,25
2-6	55,53,50,45,40,40,40,35,30,25,20	50,48,45,40,36,36,36,30,25,20,15
3-5	20,20,20,20,20,20,20,20,20,20,20	19,19,19,19,19,19,19,19,19,19,19
3-6	50,48,46,44,42,40,38,36,34,32,30	50,48,46,44,42,40,38,36,34,32,30
4-5	30,27,26,25,22,21,19,16,15,13,10	29,25,25,23,21,19,18,14,14,11,9
4-7	15,14,12,9,5,0,0,0,0,0,0	10,9,7,4,0,0,0,0,0,0,0
5-6	55,48,45,43,43,41,41,41,40,40,40	50,47,43,42,42,41,40,39,39,39,35
5-9	30,30,30,27,27,27,23,23,23,20,20	25,25,25,22,22,22,20,20,20,15,15
6-8	50,48,44,42,38,36,32,30,26,24,20	47,45,41,39,35,33,29,27,23,21,17
6-9	13,13,13,13,13,13,13,5,5,5,0	10,10,10,10,10,10,10,1,1,1,0
8-9	20,19,17,15,14,12,11,9,8,6,5	15,14,12,11,9,8,6,5,3,2,0

Le fichier d'entrée `Exemple2.in` associé à cet exemple est alors :

```
DM.....0.....0
DM.....0.....1
DM.....0.....2
(On a autant de lignes DM que de valeurs, soit 101 en tout)
DM.....0...100
DM.....1....25
DM.....1....26
DM.....1....27
DM.....1....28
DM.....1....29
DM.....1....30
DM.....1....31
DM.....1....32
DM.....1....33
DM.....1....34
DM.....1....35
DM.....1....36
DM.....1....37
DM.....1....38
DM.....1....39
DM.....1....40
DM.....2....55
DM.....2....56
DM.....2....57
DM.....2....63
DM.....2....64
DM.....2....65
TR.....1.....1.-1
TR.....2.....1..0
TR.....3.....0..0
TR.....4.....2..1
TR.....5.....0..0
TR.....6.....0..0
TR.....7.....2..0
TR.....8.....0..0
TR.....9.....0..0
```

```
CI.....2.....3.F.E....36
CI.....1.....2.F.E.....0
CI.....7.....8.F.I.....0
CI.....3.....4.P.E.....0
CI.....2.....7.P.E.....0
CI.....6.....7.P.I.....0
CE.....1.....3....46....44....42....42....40....40....35....35....35....30....20
CD.....1.....3....39....37....35....35....33....33....28....28....28....23....13
CE.....1.....9....30....29....28....27....26....25....24....23....22....21....20
CD.....1.....9....29....28....27....26....25....24....23....22....21....20....19
CE.....2.....4....33....32....30....30....29....28....27....22....17....12.....7
CD.....2.....4....29....28....27....27....27....26....25....20....15....10.....5
CE.....2.....5....80....78....76....74....74....72....70....45....40....35....30
CD.....2.....5....75....73....71....69....69....67....65....40....35....30....25
CE.....2.....6....55....53....50....45....40....40....40....35....30....25....20
CD.....2.....6....50....48....45....40....36....36....36....30....25....20....15
CE.....3.....5....20....20....20....20....20....20....20....20....20....20....20
CD.....3.....5....19....19....19....19....19....19....19....19....19....19....19
CE.....3.....6....50....48....46....44....42....40....38....36....34....32....30
CD.....3.....6....50....48....46....44....42....40....38....36....34....32....30
CE.....4.....5....30....27....26....25....22....21....19....16....15....13....10
CD.....4.....5....29....25....25....23....21....19....18....14....14....11.....9
CE.....4.....7....15....14....12.....9.....5.....0.....0.....0.....0.....0.....0
CD.....4.....7....10.....9.....7.....4.....0.....0.....0.....0.....0.....0.....0
CE.....5.....6....55....48....45....43....43....41....41....41....40....40....40
CD.....5.....6....50....47....43....42....42....41....40....39....39....39....35
CE.....5.....9....30....30....30....27....27....27....23....23....23....20....20
CD.....5.....9....25....25....25....22....22....22....20....20....20....15....15
CE.....5.....9....30....30....30....27....27....27....23....23....23....20....20
CD.....5.....9....25....25....25....22....22....22....20....20....20....15....15
CE.....6.....8....50....48....44....42....38....36....32....30....26....24....20
CD.....6.....8....47....45....41....39....35....33....29....27....23....21....17
CE.....6.....9....13....13....13....13....13....13....13.....5.....5.....5.....0
CD.....6.....9....10....10....10....10....10....10....10.....1.....1.....1.....0
CE.....8.....9....20....19....17....15....14....12....11.....9.....8.....6.....5
CD.....8.....9....15....14....12....11.....9.....8.....6.....5.....3.....2.....0
```

Le fichier de sortie `exemple2.out` associé à ce problème pourrait être le suivant :

```
RP..7.1..1200..1559.........1.1..2693..3562........14.0..3598.99999..3600
AL.....1....37.-1
AL.....2....37.-1
AL.....3....73..1
AL.....4....65..1
AL.....5....98..1
AL.....6.....1..1
AL.....7....56.-1
AL.....8....55..1
AL.....9....70.-1
```

Le problème est *7-réalisable*. Avec l'allocation fournie, on compte une contrainte non satisfaite au niveau 6. De plus, dans la solution fournie, on dénombre au total quatorze contraintes non satisfaites pour les niveaux 0 à 5 (strictement inférieurs à 6). Cette solution est optimale pour la valeur de k et le nombre de contraintes violées au niveau inférieur, en revanche, elle n'est pas nécessairement optimale pour le dernier critère.
./

Document LaTeX compilé sur Macintosh le 17 octobre 2000 à 9h29mn par Maurice.Diamantini@ensta.fr